

华南农业大学硕士研究生入学考试自命题 《高等代数》考试大纲

一、考试性质

华南农业大学硕士研究生入学高等代数考试是为招收理学类硕士研究生而设置的选拔考试。它的主要目的是通过考试，考察学生对本课程的基本理论、基本方法和基本技能的掌握程度，考察学生抽象思维、逻辑推理的能力，应用所学知识分析、解决问题的能力，通过各学科综合平衡，选拔优秀学生入学深造。考试对象为参加全国硕士研究生入学考试、报考数学专业的考生。

二、考试方式和考试时间

高等代数考试采用闭卷笔试形式，试卷满分为 150 分，考试时间为 3 小时。

三、考试内容和考试要求

(一) 多项式

考试内容

数域、多项式、整除、最大公因式、互素、不可约、 k 重因式及重因式的概念 整除的性质，带余除法定理，最大公因式定理，互素的判别与性质，不可约多项式的判别与性质，多项式唯一因式分解定理，余式定理，因式定理、代数基本定理，高斯引理，Eisenstein 判别定理，对称多项式基本定理 无重因式的充要条件及判别条件，复数域、实数域及有理数域上多项式因式分解理论，有理多项式的有理根范围以及辗转相除法，综合除法

考试要求

1. 理解数域，多项式，整除，最大公因式，互素，不可约， k 重因式，重因式的概念；了解多项式环，本原多项式，字典排序法，对称多项式，初等对称多项式，齐次多项式，多项式函数等概念。

2. 掌握整除的性质，带余除法定理，最大公因式定理，互素的判别与性质，不可约多项式的判别与性质，多项式唯一因式分解定理，余式定理，因式定理、代数基本定理，高斯引理，Eisenstein 判别定理，对称多项式基本定理。

3. 掌握无重因式的充要条件，判别条件，复数域、实数域及有理数域上多项式因式分解理论，有理多项式的有理根范围。

4. 熟练运用辗转相除法，综合除法。

(二) 行列式

考试内容

行列式，行列式的子式，余子式及代数余子式的概念 行列式的性质，按行、列展开定理，Gramer 法则，Laplace 定理，行列式乘法公式 行列式的计算方法

考试要求

1. 了解行列式的概念，理解行列式的子式，余子式及代数余子式的概念。
2. 掌握行列式的性质，按行、列展开定理，Gramer 法则，Laplace 定理，行列式乘法公式。
3. 熟练运用行列式的性质及展开定理计算行列式，掌握计算行列式的基本方法。

(三) 线性方程组

考试内容

向量线性相关，向量组等价，极大无关组，向量组的秩，矩阵的秩，基础解系，解空间等概念 线性方程组有解判别定理、线性方程组解的结构 行初等变换求解线性方程组的方法

考试要求

1. 理解向量线性相关，向量组等价，极大无关组，向量组的秩，矩阵的秩，基础解系，解空间等概念。
2. 掌握线性方程组有解判别定理、线性方程组解的结构。
3. 熟练运用行初等变换求解线性方程组的方法。

(四) 矩阵

考试内容

矩阵的概念，单位矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称阵、反对称阵的概念及其性质 矩阵的线性运算、乘法、转置，以及它们的运算规律 矩阵的初等变换、初等矩阵的性质，矩阵等价的概念，初等变换法求矩阵的秩及逆矩阵 分块矩阵

考试要求

1. 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称阵、反对称阵的概念及其性质。
2. 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置，以及它们的运算规律。
3. 理解逆矩阵的概念，掌握逆矩阵的性质以及矩阵可逆的充要条件。理解伴随矩阵的概念，掌握伴随矩阵的性质。
4. 掌握矩阵的初等变换、掌握初等矩阵的性质，理解矩阵等价的概念，熟练运用初等变换法求矩阵的秩及逆矩阵。
5. 理解分块矩阵，掌握分块阵的运算及初等变换。

(五) 二次型

考试内容

二次型的概念及二次型的矩阵表示，二次型秩的概念，二次型的标准形、规范形的概念及惯性定律 合同变换、正交变换化二次型为标准形的方法 二次型和对应矩阵的正定、半正定、负定、半负定及其判别法

考试要求

1. 理解二次型的概念及二次型的矩阵表示，了解二次型秩的概念，掌握二次型的标准形、规范形的概念及惯性定律。
2. 掌握用合同变换、正交变换化二次型为标准形的方法。
3. 掌握二次型和对应矩阵的正定、半正定、负定、半负定及其判别法。

(六) 线性空间

考试内容

线性空间, 子空间, 生成子空间, 基底, 维数, 坐标, 过渡矩阵, 子空间的和与直和等概念 线性空间同构的概念 基扩张定理, 维数公式, 掌握直和的充要条件 求基底, 维数, 坐标, 过渡矩阵的方法

考试要求

1. 理解线性空间, 子空间, 生成子空间, 基底, 维数, 坐标, 过渡矩阵, 子空间的和与直和等概念。了解线性空间同构的概念。
2. 掌握基扩张定理, 维数公式, 掌握直和的充要条件。
3. 熟练运用概念求基底, 维数, 坐标, 过渡矩阵。

(七) 线性变换

考试内容

线性变换, 特征值, 特征向量, 特征多项式, 特征子空间, 不变子空间, 线性变换的矩阵, 相似变换, 相似矩阵, 线性变换的值域与核, **Jordan** 标准形, 最小多项式等概念 线性变换的性质, 相似矩阵的性质, 特征值、特征向量的性质, 核空间与值域的性质, 不变子空间的性质 **Hamilton-Cayley** 定理及将线性空间 V 分解成 A -不变子空间的条件和方法, 最小多项式理论 线性变换的矩阵表示方法, 求线性变换的特征值、特征向量的方法, 矩阵可相似对角化的条件与方法

考试要求

1. 理解线性变换, 特征值, 特征向量, 特征多项式, 特征子空间, 不变子空间, 线性变换的矩阵, 相似变换, 相似矩阵, 线性变换的值域与核, **Jordan** 标准形, 最小多项式等概念。
2. 掌握线性变换的性质, 相似矩阵的性质, 特征值、特征向量的性质, 核空间与值域的性质, 不变子空间的性质。掌握 **Hamilton-Cayley** 定理及将线性空间 V 分解成 A -不变子空间的条件和方法, 了解最小多项式理论。
3. 熟练运用线性变换的矩阵表示方法, 求线性变换的特征值、特征向量的方法, 矩阵可相似对角化的条件与方法。掌握线性变换与矩阵“互化”的思想方法, 会用各种特殊子空间解决相关问题。

(八) λ -矩阵

考试内容

λ -矩阵的秩, 可逆 λ -矩阵, λ -矩阵的初等变换, 行列式因子, 不变因子, 初等因子等概念, λ -矩阵的标准形 λ -矩阵可逆的充要条件, λ -矩阵等价的充要条件, 数字矩阵相似的充要条件, **Jordan** 标准形的理论推导 求 λ -矩阵的标准形及不变因子。求数字矩阵的 **Jordan** 标准形

考试要求

1. 理解 λ -矩阵的秩, 可逆 λ -矩阵, λ -矩阵的初等变换, 行列式因子, 不变因子, 初等因子等概念, 了解 λ -矩阵的标准形。
2. 掌握 λ -矩阵可逆的充要条件, λ -矩阵等价的充要条件, 数字矩阵相似的充要条件, 了解 **Jordan** 标准形的理论推导。
3. 会求 λ -矩阵的标准形及不变因子。会求数字矩阵的 **Jordan** 标准形。

(九) 欧几里得空间

考试内容

内积, 欧氏空间, 向量长度、夹角、距离、度量矩阵、标准正交基、正交补、正交变换、正交阵、对称变换、同构等概念 Schmidt 正交化方法 标准正交基的性质, 正交变换的性质, 正交阵的性质, 对称变换的性质及标准形 实对称阵的特征值、特征向量的性质 实对称阵相似(合同)对角化。

考试要求

1. 掌握内积, 欧氏空间, 向量长度、夹角、距离、度量矩阵、标准正交基、正交补、正交变换、正交阵、对称变换、同构等概念。
2. 掌握 Schmidt 正交化方法。掌握标准正交基的性质, 正交变换的性质, 正交阵的性质, 对称变换的性质及标准形。
3. 掌握实对称阵的特征值、特征向量的性质。熟练运用正交相似变换将实对称阵相似(合同)对角化。