华南农业大学硕士研究生入学考试自命题

《数学分析》考试大纲

一、考试性质

华南农业大学硕士研究生入学数学分析考试是为招收理学类硕士研究生而设置的选拔考试。它的主要目的是测试考生的数学素质，包括对数学分析各项内容的掌握程度和应用相关知识解决问题的能力。考试对象为参加全国硕士研究生入学考试、报考数学专业的考生。

二、考试方式和考试时间

数学分析考试采用闭卷笔试形式，试卷满分为 150 分，考试时间为 3 小时。

三、考试内容和考试要求

（一） 实数集与函数

考试内容：

实数性质 确界原理 函数概念及其性质 数列极限概念及性质 数列极限存在的条件

考试要求：

1. 了解实数域及性质

2. 掌握几种主要不等式及应用。

3. 熟练掌握领域，上确界，下确界，确界原理。

4. 牢固掌握函数复合、基本初等涵数、初等函数及某些特性（单调性、周期性、奇偶性、有界性等）。

（二）数列极限

考试内容：数列极限的定义 收敛数列的若干性质 数列收敛的条件

考试要求：

1．熟练掌握数列极限的定义。

2．掌握收敛数列的若干性质（惟一性、保序性等）。

3．掌握数列收敛的条件（单调有界原理、迫敛法则、柯西准则等）。

（三）函数极限

考试内容：函数极限的概念及性质 函数极限的条件 两个重要极限 无穷小量与无穷大量

考试要求：

熟练掌握使用“ε－δ”语言，叙述各类型函数极限。

1. 掌握函数极限的若干性质。

2. 掌握函数极限存在的条件（归结原则，柯西准则，左、右极限、单调有界）。

3. 熟练应用两个特殊极限求函数的极限。

4. 牢固掌握无穷小（大）的定义、性质、阶的比较。

（四）函数连续性

考试内容：连续性的定义 间断点定义及分类 连续函数的性质 一致连续 反函数的连续性 初等函数的连续性

1. 熟练掌握在 X0 点连续的定义及其等价定义。

2. 掌握间断点定以及分类。

3. 了解在区间上连续的定义，能使用左右极限的方法求极限。

4. 掌握在一点连续性质及在区间上连续性质。

5. 了解初等函数的连续性。

（五） 导数与微分

考试内容：

导数的概念 几何意义 求导法则 含参变量的导数 高价导数 微分的定义、运算法则及应用

考试要求：

1. 熟练掌握导数的定义，几何、物理意义。

2. 牢固记住求导法则、求导公式。

3. 会求各类的导数（复合、参量、隐函数、幂指函数、高阶导数（莱布尼兹公式））。

4. 掌握微分的概念，并会用微分进行近似计算。

5. 深刻理解连续、可导、可微之关系。

（六） 微分中值定理及其运用

考试内容：

罗尔定理 拉格朗日定理 单调函数 柯西中值定理 不定式极限 泰勒中值定理 函数的极值和最值 函数的凸凹性 拐点 渐进线 近似解

考试要求：

1. 牢固掌握微分中值定理及应用（包括罗尔定理、拉格朗日定理、柯西定理、泰勒定理）。

2. 会用洛比达法则求极限，（掌握如何将其他类型的不定型转化为 0/0 型）。

3. 掌握单调与符号的关系，并用它证明 f(x)单调，不等式、求单调区间、极值等。

4. 利用判定凹凸性及拐点。

5. 了解凸函数及性质

6. 会求曲线各种类型的渐近线性。

7. 了解方程近似解的牛顿切线法。

（七）实数的完备性

考试内容：

实数完备性基本定理 闭区间上连续函数性质的证明 上极限和下极限

考试要求：

1. 掌握下列基本概念：区间套、柯西列、聚点、予列。

2. 了解刻划实数完备性的几个定理的等阶性，并掌握各定理的条件与结论。

3. 学会用上述定理证明其他问题，如连续函数性质定理等。

（八） 不定积分

考试内容：

原函数与不定积分 换元积分法 分部积分法 有理函数积分 可化为有理函数的积分

考试要求：

1.掌握原函数与不定积分的概念。

2.记住基本积分公式。

3.熟练掌握换元法、分部积分法。

4.了解有理函数积分步骤，并会求可化为有理函数的积分。

（九）定积分

考试内容：

定积分的概念 牛顿-莱布尼兹公式 可积条件 定积分的性质 微积分基本定理 定积分的计算 变限积分 换元积分法 分部积分法 可积充要条件

考试要求：

1.掌握定积分定义、性质。

2.了解可积条件，可积类。

3. 深刻理解微积分基本定理，并会熟练应用。

4. 熟练计算定积分。

（十）定积分应用

考试内容：

平面图形的面积、平面曲线的弧长；已知平行截面面积的立体的体积、旋转曲面的面积 微元法 积分在物理中的某些应用 定积分的近似计算。

考试要求：

1.熟练计算各种平面图形面积。

2.会求旋转体或已知截面面积的体积。

3.会利用定积分求孤长、曲率、旋转体的侧面积。

4.会用微元法求解某些物理问题（压力、变力功、静力矩、重心等）。

（十一）反常积分

考试内容：

反常积分（无穷积分、暇积分）的定义及性质 收敛判别法

考试要求：

1.理解两种类型反常积分的定义、性质.

2.会用定义与性质计算两种反常积分值。

3.掌握两种反常积分收敛的判断法：比较判别法、Cauchy 判别法、Abel 判别法和 Dirichlet 判别法来判别积分收敛。

4.能用比较判别法、Cauchy 判别法、Cauchy 收敛原理判别反常积分的敛散性。

5.掌握两类积分绝对收敛和条件收敛概念。

(十二)数项级数

考试内容：

数项级数敛散的定义、性质 正项级数的敛、散判别法 条件、绝对收敛 莱布尼兹定理

考试要求：

1. 理解数项级数和数列极限的关系，会用“ -N”语言表述级数收敛或发散。

2. 掌握 Cauchy 收敛原理，能用 Cauchy 原理证明级数收敛与发散，熟练掌握级数的必要条件。

3. 掌握正项级数敛散的比较原则，Cauchy 判别法，达朗贝尔判别法，Cauchy 积分判别法。

4. 掌握 Leibniz 判别法，Abel 判别法和 Dirichlet 判别法，判断级数的条件收敛。

5. 理解级数收敛、绝对收敛、条件收敛之间的关系，了解绝对收敛和条件收敛级数的主要性质，会对含有一个参数的级数确定其绝对收敛域和条件收敛域。

（十三） 函数列与函数项级数

考试内容：

函数序列与函数项级数一致收敛性的定义 一致收敛性判别的柯西准则 魏尔斯特拉斯判别法 一致收敛函数序列与函数项级数的连续性的判别 可积性的判别 可微性的判别

考试要求：

1.能用数项级数收敛判别法讨论函数项级数的收敛性，研究函数项级数与函数列收敛域。

2. 理解一致收敛概念，能从定义出发证明函数列或函数项级数的一致收敛和非一致收敛。

3. 掌握 Cauchy 收敛原理，并能应用于判别一致收敛与非一致收敛。

4. 掌握各种判别法，研究函数列或函数项级数的一致收敛性。

5. 利用一致收敛性证明极限函数和函数的连续性、可微性与可积性。反过来，从和函数或极限函数的分析性质研究函数项级数或函数列的一致收敛性（Dini 定理）。

（十四）幂级数

教学内容：

幂级数收敛半径和收敛区间、收敛域的定义与求法 泰勒级数和麦克劳林级数展开式的定义 五种基本初等函数的幂级数展开式 初等函数的幂级数展开

考试要求：

1. 熟练幂级数收敛域，收敛半径，及和函数的求法。

2. 了解幂级数的若干性质。

3. 了解求一般任意阶可微函数的幂级数展式的方法。特别牢固记住六种基本初等函数的马克劳林展式。

4. 会利用间接法求一些初等函数的幂级数展式。

（十五）付里叶级数

教学内容：

三角级数 正交函数系 傅里叶级数定义 傅里叶级数的收敛定理 对以 $2l$ 为周期的函数作傅叶级数展开的基本方法 偶函数和奇函数的傅里叶级数的展开 正弦级数 余弦级数 贝塞尔不等式 黎曼-勒贝格定理 收敛定理

考试要求：

1. 熟记付里叶系数公式，并会求之。

2. 掌握以 2π 为周期函数的付里叶展式。

3. 理解掌握定义在（0,1）上的函数可以展成余弦级数，正弦级数，一般付里叶级数。

4. 了解收敛性定理，并掌握，贝塞尔不等式，勒贝格引理等。

（十六）多元函数极限与连续

考试内容：

平面点集概念（邻域、内点、界点、开集、闭集、开域、闭域） 平面点集的基本定理二元函数概念 二重极限 累次极限 二元函数的连续性 复合函数的连续性定理 有界闭域上连续函数的性质

考试要求：

1. 了解平面点集的若干概念。
2. 掌握二元函数二重极限定义、性质。
3. 掌握二次极限，并掌握二重极限与二次极限的关系。
4. 掌握二元连续函数的定义、性质。
5. 了解二元函数关于两个变量全体连续与分别连续的关系。

（十七）多元函数微分学

考试内容：

偏导数及其几何意义 全微分概念 全微分的几何意义 全微分存在的充分条件 全微分在近似计算中的应用 复合函数的偏导数与全微分 一阶微分形式不变性 方向导数与梯度 混合偏导数与其顺序无关性 高阶导数 高阶微分 二元函数的泰勒定理 极值问题

考试要求：

1. 熟练掌握，可微，偏导的意义。
2. 掌握二元函数可微，偏导，连续以及偏导函数连续，概念之间关系。
3. 会计算各种类型的偏导，全微分。
4. 会求空间曲面的切平面，法线,空间曲线的法平面与切线。
5. 会求函数的方向导数与梯度。
6. 会求二元函数的泰勒展式及无条件极值。

（十八）隐函数定理及其应用

考试内容：

隐函数定理及其应用 隐函数求导 隐函数组概念、隐函数组定理、隐函数组求导、反函数组与坐标变换 条件极值与拉格朗日乘数法

考试要求：

1. 理解隐函数定理的有关概念，及隐函数存在的条。
2. 了解隐函数组，反函数组的有关概念，理解二元隐函数组存在的条件，了解反函数组存在的条件。
3. 掌握隐函数的微分法在几何方面的应用，会把实际问题抽象为条件极值并予以解决。

（十九） 含参量积分

考试内容：

含参变量积分连续性、可微性和可积性的条件 含参量广义积分及一致收敛概念 M—判别法、Dirichlet 判别法、Abel 判别法，判别一些常见积分的一致收敛性 含参量广义积分连续性、可微性、可积性 Euler 积分的定义、性质

考试要求：

1. 理解含参变量常见积分作为参量的函数，掌握它的连续性、可微性和可积性的条件，并能应用这些条件讨论一些含参量常见积分的有关性质

2. 理解含参量广义积分及一致收敛概念，会从定义或 Cauchy 收敛原理出发证明积分的一致收

敛性或非一致收敛性

3. 掌握和利用M—判别法、Dirichlet 判别法、Abel 判别法，判别一些常见积分的一致收敛性；

4. 掌握含参量广义积分的分析性质：连续性、可微性、可积性；

5. 了解 Euler 积分的定义、性质、递推公式及它们之间的关系，并用于计算积分。

（二十）曲线积分

考试内容：

第一型曲线积分的定义及计算 第二型曲线积分的定义及计算 两类曲线积分的关系

考试要求：

1. 掌握第一型曲线积分的定义、第一型曲线积分的计算、第二型曲线积分的定义、第二型曲线积分的计算。

2. 了解第一型曲线积分的意义、第二型曲线积分的意义，掌握两类曲线积分的关系。

（二十一 ）重积分

考试内容：

二重积分定义与存在性 二重积分性质 二重积分计算（化为累次积分） 二重积分的换元法（极坐标与一般变换）格林公式 三重积分定义与计算 三重积分的换元法（柱坐标、球坐标与一般变换）重积分应用（体积，曲面面积，重心、转动惯量、引力等）

考试要求：

1. 掌握将重积分化为累次积分的计算方法，并会交换积分顺序.

2. 掌握二重积分的极坐标变换，三重积分的柱坐标、球坐标变化，掌握一些简单的一般变换，以达到简化重积分计算的目的

3. 能正确地使用对称性；正确地处理被积函数中含有绝对值符号及一般分段函数的重积分计算。

4. 能用重积分计算平面图形的面积，空间立体的体积、物体的质量、重心、转动惯量等。

5. 掌握格林公式。

（二十二） 曲面积分

考试内容：

第一型曲面积分的概念、几何意义、计算方法 第一型曲面积分的概念、几何意义、计算方法 第二型曲面积分的定义、物理意义、计算 两类曲面积分的联系 Gauss 公式 Stokes 公式

考试要求：

1. 掌握第一型曲面积分的概念、几何意义和计算

2. 理解曲面的侧，熟练掌握第二型曲面积分的定义、物理意义和计算，了解两类曲面积分的联系

3. 掌握 Gauss 公式与 Stokes 公式